

## 8. L'insieme $Q^+$ dei numeri razionali

Da una frazione qualsiasi, per esempio  $\frac{3}{7}$ , moltiplicando numeratore e denominatore per uno stesso numero, possiamo ricavare infinite frazioni equivalenti che individuano una **classe di equivalenza** che si rappresenta così:

$$\left\{ \frac{3}{7}, \frac{6}{14}, \frac{9}{21}, \dots, \frac{30}{70}, \dots \right\}$$

Ogni classe di equivalenza definisce un **numero razionale** (cioè il numero ottenuto come quoziente tra numeratore e denominatore). Questo numero viene rappresentato con la frazione della classe, ridotta ai minimi termini: nel nostro caso  $\frac{3}{7}$ .

**I numeri razionali positivi formano un insieme numerico che si indica con  $Q^+$ .**

Ogni numero naturale si può rappresentare con una frazione avente il numeratore multiplo del denominatore:

$$\frac{16}{8} = 2 \quad \frac{21}{7} = 3 \quad \frac{4}{4} = 1$$

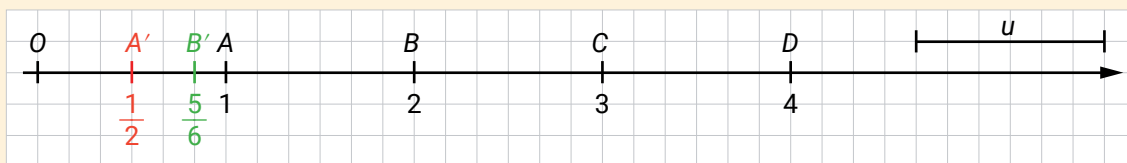
quindi l'insieme  $N$  è contenuto nell'insieme  $Q^+$ : in simboli  $N \subset Q^+$ .

### ESEMPIO

La classe di equivalenza  $\left\{ \frac{4}{9}, \frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \dots, \frac{52}{117}, \dots \right\}$  si rappresenta con la frazione  $\frac{4}{9}$ .

## Rappresentazione delle frazioni sulla retta numerica orientata

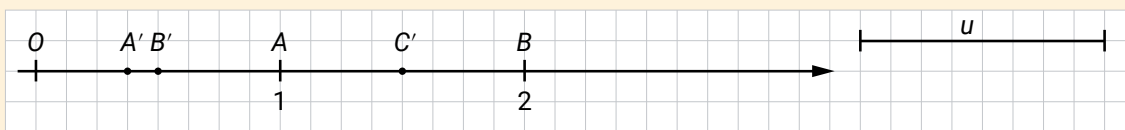
Come per i numeri naturali, possiamo rappresentare su una retta numerica orientata anche i numeri razionali dell'insieme  $Q^+$ .



I punti  $A, B, C, D$  ottenuti riportando a partire da  $O$  uno, due, tre, quattro volte l'unità di misura, sono le immagini dei numeri 1, 2, 3, 4. Possiamo considerare  $OA = u$  come intero e quindi:

- dividendo  $OA$  in due parti congruenti e considerandone una, otteniamo il punto  $A'$  che è l'immagine del numero razionale  $\frac{1}{2}$  (quindi anche delle infinite frazioni a essa equivalenti);
- dividendo  $OA$  in sei parti congruenti e considerandone cinque, otteniamo il punto  $B'$  che è l'immagine del numero razionale  $\frac{5}{6}$ .

## ESEMPIO



Sulla retta numerica orientata, con il segmento  $u$  come intero, i punti  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  sono rispettivamente immagine dei numeri razionali  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{3}{2}$ .