

2. Strategie risolutive

Esercizi
p. 205

Metodo top-down e bottom-up

Oscar ha deciso di costruirsi uno scaffale per i libri. Si è recato in un negozio di bricolage e ha comprato 4 listelli da parete a 6 euro l'uno, 12 staffe a 4 euro l'una e 9 mensole. Ha pagato con 150 euro e ha ricevuto 15 euro di resto. Quanto costa ciascuna mensola?

Dati

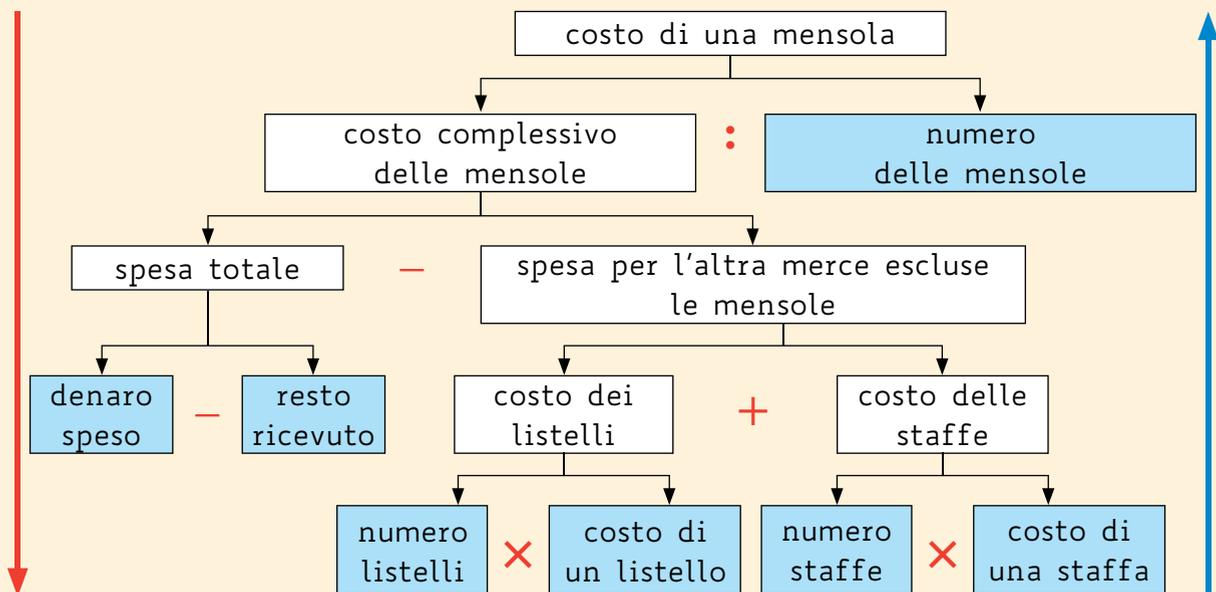
numero listelli da parete = 4
costo di un listello = 6 euro
numero staffe = 12
costo di una staffa = 4 euro
numero mensole = 9
denaro speso = 150 euro
resto ricevuto = 15 euro

Incognita

costo di una mensola = ?



Per risolvere problemi di questo tipo conviene partire dall'incognita e suddividere il problema in sottoproblemi, o blocchi, costruendo uno schema.



Lo schema è detto *top down* perché si percorre dall'incognita (*top* = cima) verso i dati (*down* = giù) seguendo la **freccia rossa**.

Quando lo schema è completato si ripercorre in senso inverso (**freccia blu**) sostituendo nelle caselle i valori numerici ed eseguendo in successione le operazioni. Questo schema è detto *bottom up* perché dai dati (*bottom* = basso) si va verso l'incognita (*up* = alto):

$$4 \times 6 = 24 \text{ euro}$$

costo dei listelli

$$12 \times 4 = 48 \text{ euro}$$

costo delle staffe

$$150 - 15 = 135 \text{ euro}$$

spesa totale

$$24 + 48 = 72 \text{ euro}$$

spesa per altra merce escluse le mensole

$$135 - 72 = 63 \text{ euro}$$

costo complessivo delle mensole

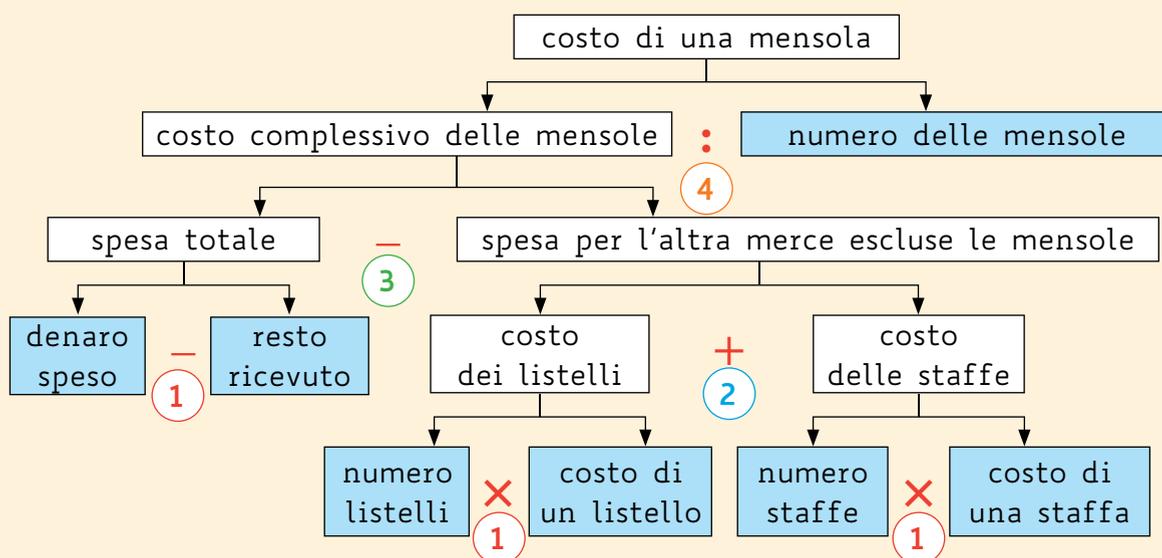
$$63 : 9 = 7 \text{ euro}$$

costo di una mensola

Metodo delle espressioni aritmetiche

Un altro metodo per risolvere i problemi è l'uso delle **espressioni aritmetiche**: una volta individuate le operazioni necessarie per ottenere la soluzione, si uniscono le stesse in un'unica espressione in modo da rispettare l'ordine di esecuzione delle operazioni.

Consideriamo ancora il problema precedente. Lo schema risolutivo può anche essere trascritto in questo modo:



Partendo dal fondo, consideriamo le prime operazioni che contengono i dati e le chiudiamo in parentesi tonde:

$$\textcircled{1} (150 - 15) \quad (4 \times 6) \quad (12 \times 4)$$

Salendo, consideriamo le operazioni immediatamente successive e le chiudiamo in parentesi quadre:

$$\textcircled{2} (150 - 15) \quad [(4 \times 6) + (12 \times 4)]$$

La successiva operazione verrà chiusa in una parentesi graffa:

$$\textcircled{3} \{(150 - 15) - [(4 \times 6) + (12 \times 4)]\}$$

Infine, prendiamo in esame l'ultima operazione fra quanto contenuto nella parentesi graffa e l'ultimo dato:

$$\textcircled{4} \{(150 - 15) - [(4 \times 6) + (12 \times 4)]\} : 9$$

Abbiamo così ottenuto un'espressione aritmetica che sintetizza la soluzione del problema.

Proviamo ora a risolverla:

$$\begin{aligned} & \{(150 - 15) - [(4 \times 6) + (12 \times 4)]\} : 9 = \\ & = \{135 - [24 + 48]\} : 9 = \\ & = \{135 - 72\} : 9 = \\ & = 63 : 9 = 7 \end{aligned}$$



Metodo grafico

Se le incognite sono legate fra loro da particolari relazioni, la risoluzione diventa più semplice se si ricorre a una **rappresentazione grafica**.

Si vuole dividere un asse di legno lungo 65 cm in due parti in modo che la prima superi la seconda di 15 cm. Calcola la lunghezza delle due parti dell'asse.

Dati

$$a + b = 65 \text{ cm}$$

$$a = b + 15 \text{ cm}$$

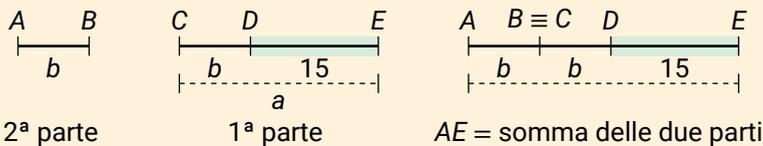
Incognite

$$a = \text{prima parte}$$

$$b = \text{seconda parte}$$



Rappresentazione grafica



Dal grafico si vede che sottraendo 15 da 65 otteniamo due volte la seconda parte:

$$(65 - 15) : 2 = 50 : 2 = 25 \text{ cm} \quad (\text{seconda parte})$$

$$65 - 25 = 40 \text{ cm} \quad (\text{prima parte})$$

Verifica

Abbiamo trovato: $a = 40$ e $b = 25$; sostituendo nelle relazioni iniziali fra i dati si ha:

$$a + b = 40 + 25 = 65 \text{ cm} \qquad a = b + 15 = 25 + 15 = 40 \text{ cm}$$

Sono verificate le relazioni fra i dati e quindi la soluzione è corretta.

Davide deve dividere 125 euro fra i suoi due figli, Giorgio e Teresa, in modo tale che Teresa abbia il quadruplo di Giorgio. Calcola quanti euro riceve ognuno dei figli.

Dati

$$a = 4 \cdot b$$

$$a + b = 125$$

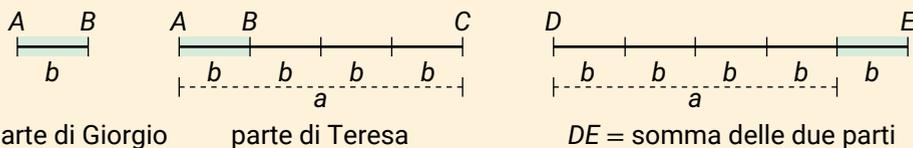
Incognite

$$a = \text{parte di Teresa}$$

$$b = \text{parte di Giorgio}$$



Rappresentazione grafica



Dal grafico si vede che DE è formato da 5 segmenti tutti uguali a b , quindi:

$$125 : 5 = 25 \quad (\text{parte di Giorgio})$$

$$(125 - 25) = 100 \quad (\text{parte di Teresa})$$

Verifica

Abbiamo trovato: $a = 100$, $b = 25$; sostituendo nelle relazioni iniziali fra i dati si ha:

$$a = 4 \cdot 25 = 100$$

$$a + b = 100 + 25 = 125$$

Sono verificate le relazioni fra i dati e quindi la soluzione è corretta.

La differenza di età tra Sandra e suo figlio Marco è di 34 anni e l'età di Sandra è il triplo di quella di Marco. Individua le loro età.

Dati

$$a = 3 \cdot b$$

$$a - b = 34$$

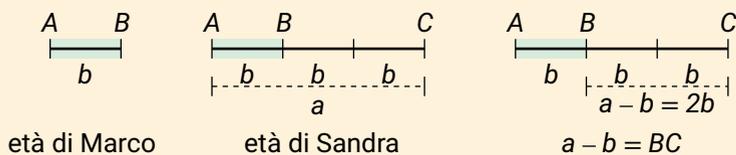
Incognite

$$a = \text{età di Sandra}$$

$$b = \text{età di Marco}$$



Rappresentazione grafica



Dalla rappresentazione grafica si vede che BC è formato da 2 segmenti uguali a b , quindi:

$$34 : 2 = 17 \quad (\text{età di Marco})$$

$$17 \cdot 3 = 51 \quad (\text{età di Sandra})$$

Verifica

Abbiamo trovato $a = 51$, $b = 17$; sostituendo nelle relazioni iniziali fra i dati si ha:

$$a = 3 \cdot 17 = 51$$

$$a - b = 51 - 17 = 34$$

Sono verificate le relazioni fra i dati e quindi la soluzione è corretta.

Martin ha acquistato 3 fioriere e 2 vasi di terracotta e ha speso in tutto 41 euro. Un suo amico ha comprato 3 fioriere e 4 vasi di terracotta spendendo 61 euro. Quanto costa una fioriera e quanto un vaso di terracotta?

Dati

$$3 \cdot f + 2 \cdot v = 41 \text{ euro}$$

$$3 \cdot f + 4 \cdot v = 61 \text{ euro}$$

Incognite

f = costo di una fioriera

v = costo di un vaso di terracotta

Rappresentazione grafica



41 euro



61 euro



61 euro - 41 euro

$$v = (61 - 41) : 2 = 20 : 2 = 10 \text{ euro} \text{ costo di un vaso}$$

$$10 \cdot 2 = 20 \text{ euro} \text{ costo di due vasi}$$

$$41 - 20 = 21 \text{ euro} \text{ costo di tre fioriere}$$

$$f = 21 : 3 = 7 \text{ euro} \text{ costo di una fioriera}$$

Verifica

$$3 \cdot f + 2 \cdot v = 3 \cdot 7 + 2 \cdot 10 = 21 + 20 = 41 \text{ euro}$$

$$3 \cdot f + 4 \cdot v = 3 \cdot 7 + 4 \cdot 10 = 21 + 40 = 61 \text{ euro}$$

Sono verificate le relazioni fra i dati e quindi la soluzione è corretta.