

NUMERI NATURALI E NUMERI DECIMALI

1. NUMERI PER CONTARE

I primi numeri che impariamo a conoscere sono i numeri che usiamo **per contare**: 0, 1, 2, 3, ... I puntini di sospensione ci dicono che l'elenco continua: dopo ogni numero naturale ce n'è sempre un altro, il suo **successivo**. Oppure, leggendo all'indietro, prima di ogni numero naturale, escluso lo 0, ce n'è sempre un altro, il suo **precedente**. Per esempio, 23 ha come successivo 24 e come precedente 22.

➔ **definizione** I **numeri naturali** sono i numeri che si usano per contare, compreso lo zero. L'insieme dei numeri naturali si indica con la lettera **N**.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

I numeri naturali partono da zero e non finiscono mai: sono infiniti. Per indicare un numero qualsiasi i matematici usano una lettera minuscola, per esempio una **n**.

$$\begin{array}{ccc} n - 1 & n & n + 1 \\ \swarrow & & \searrow \\ \text{precedente di } n & & \text{successivo di } n \end{array}$$

Precedente e **successivo** sono parole che indicano l'ordine in cui stanno i numeri naturali tra di loro. Ogni numero è più grande del suo precedente e più piccolo del suo successivo. Lo zero è più piccolo di tutti gli altri numeri naturali, quindi è l'unico numero naturale a non avere un precedente. Invece non esiste un numero più grande di tutti gli altri.

2. NOTAZIONE POSIZIONALE DECIMALE

Per scrivere tutti i numeri sono sufficienti dieci caratteri che si chiamano **cifre**.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Le cifre si usano per scrivere i numeri come le lettere si usano per scrivere le parole.

Esistono parole che si scrivono con una sola lettera (*a, e, i, o*), e ci sono numeri che si scrivono con una sola cifra: sono i numeri da zero a nove, quelli che chiamiamo **unità**.

LA SCRITTURA POSIZIONALE

➔ **definizione** Il modo in cui scriviamo i numeri si chiama **scrittura posizionale decimale**, perché il valore di ogni cifra dipende dalla posizione che occupa e perché si basa su 10 cifre.

Nel numero **555** la cifra 5 è sempre la stessa ma ha valori diversi: la prima cifra a sinistra indica le centinaia e vale 500, la seconda le decine e vale 50, la terza le unità e vale 5.

Le posizioni hanno nomi che già conosci.
Per esempio, nel numero 7654321 ci sono:

milioni	centinaia di migliaia	decine di migliaia	migliaia	centinaia	decine	unità
7	6	5	4	3	2	1

Il numero 7654321 si legge "sette milioni seicentocinquantaquattromila trecentoventuno". Si possono anche usare, come facevi alla primaria, le lettere *u* per le unità, *d* per le decine, *h* per le centinaia e *k* per le migliaia.

LA FORMA POLINOMIALE

Per rendere evidente il valore delle cifre nella loro posizione si può scrivere ogni cifra moltiplicata per 10, 100, 1000 a seconda del suo valore.

Il numero 4321 si può scrivere:

$$4 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 1 \times 1$$

Per ritrovare il valore, prima calcoliamo le moltiplicazioni e poi le addizioni:

$$4000 + 300 + 20 + 1 = 4321$$

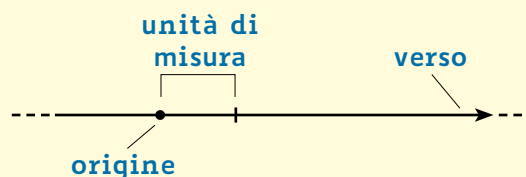
➔ **definizione** Si chiama **forma polinomiale** la scrittura di un numero in cui ogni cifra è moltiplicata per 1, 10, 100, 1000, ... a seconda della posizione.

$$4321 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 1 \times 1$$

└───┬───┬───┬───┬───┬───┬───┬───┘
scrittura posizionale scrittura polinomiale

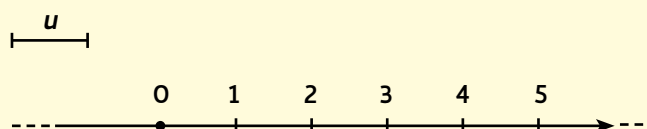
3. RETTA NUMERICA

Su una retta scegliamo un punto, che chiamiamo **origine**, e disegniamo una freccia, che indica il **verso** in cui la percorriamo.



Scegliamo un segmento che usiamo come **unità di misura** (u), cioè come distanza fissa tra un numero naturale e il suo successivo.

Per adesso sulla retta segniamo solo i numeri naturali 0, 1, 2, 3, ... in modo che 0 coincida con l'origine e che tra due numeri consecutivi ci sia sempre la distanza di un'unità: nel disegno i numeri crescono man mano che ci spostiamo verso destra.



Il disegno che rappresenta l'insieme dei numeri si chiama **retta numerica**. Ciascuna tacca rappresenta un numero naturale.

Per indicare che la retta prosegue da entrambi i lati, usiamo i trattini. Spesso per semplicità i trattini non vengono indicati, ma dobbiamo ricordarci che sono sempre sottintesi. La freccia invece indica il verso e si trova solo a destra.

4. NUMERI DECIMALI

Conosciamo già i numeri con la virgola: si chiamano **numeri decimali**.

5,1 0,18 12,005 32,46

Prima della virgola e delle unità ci sono decine, centinaia, migliaia, ...

Dopo le unità e la virgola ci sono decimi, centesimi, millesimi, ...

Che cosa significano le cifre dopo la virgola?

Per prendere solo una parte dell'unità, suddividiamo ogni unità in 10 parti uguali. Ciascuna di queste parti è **un decimo** (0,1).

Se poi ci serve prendere una parte del decimo, lo suddividiamo a sua volta in 10 parti uguali e otteniamo **un centesimo** (0,01).

Suddividendo ancora abbiamo il millesimo (0,001), il decimillesimo (0,0001) e così via.

LA SCRITTURA POSIZIONALE DEI NUMERI DECIMALI

Anche nella scrittura dei numeri decimali la posizione conta.

Usiamo la notazione posizionale in base dieci anche per scrivere i numeri decimali. Per esempio, nel numero **0,13579**:

unità	decimi	centesimi	millesimi	decimillesimi	centomillesimi
0,	1	3	5	7	9

Un numero decimale è costituito da due parti separate dalla virgola:

parte intera 32,46 **parte decimale**

Le cifre prima della virgola compongono la **parte intera** del numero e rappresentano unità, decine, centinaia, migliaia, ...

Le cifre dopo la virgola compongono la **parte decimale** e rappresentano decimi, centesimi, millesimi, ...

Il numero 32,46 si legge "trentadue virgola quattro sei" oppure "trentadue virgola quarantasei" e indica 3 decine, 2 unità, 4 decimi e 6 centesimi.

Anche i numeri decimali si possono scrivere in **forma polinomiale**. Per esempio:

$$32,46 = 3 \times 10 + 2 \times 1 + 4 \times 0,1 + 6 \times 0,01$$

Come non aggiungiamo zeri davanti a un numero naturale (non si scrive 0153 ma solo 153), così di solito un numero decimale non finisce con degli zeri: 5,320 è uguale a 5,32.

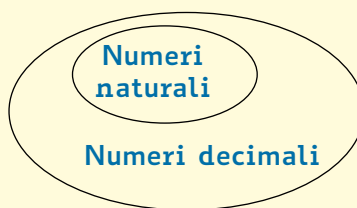
Ci sono alcune eccezioni: gli euro si scrivono indicando la cifra dei centesimi, anche quando è zero (5,20 € e non 5,2 €). Anche in altre situazioni pratiche può essere utile scrivere gli zeri finali.



Un numero decimale che ha parte decimale uguale a zero è uguale al numero naturale dato dalla sua parte intera:

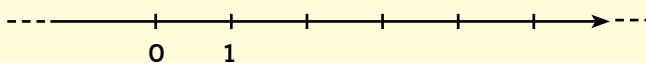
$$5,0 = 5 \quad 3,00 = 3 \quad 610,0 = 610$$

I numeri che hanno parte decimale diversa da zero non sono numeri naturali, quindi non appartengono all'insieme dei numeri naturali **N**. Tutti i numeri decimali formano un insieme che contiene quello dei numeri naturali.

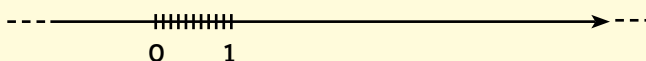


NUMERI DECIMALI SULLA RETTA NUMERICA

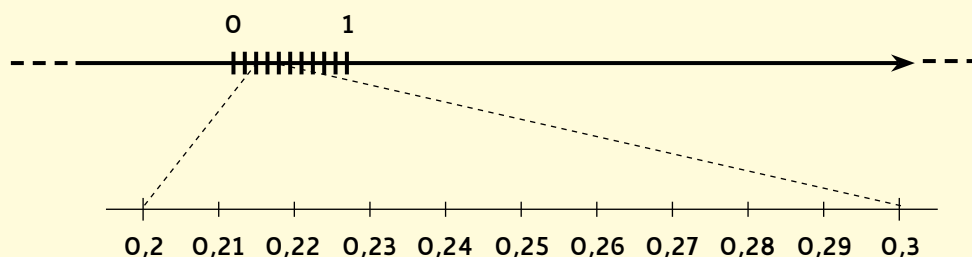
Consideriamo il segmento che corrisponde alla prima unità sulla retta numerica.



Se lo dividiamo in dieci parti uguali, ciascuna di esse è un decimo dell'unità e vale 0,1.



Per rappresentare i centesimi dobbiamo dividere in dieci parti ogni decimo. Riusciamo a farlo nel disegno solo se ingrandiamo (come in uno "zoom" al computer o sullo smartphone) la parte che ci interessa.



5. CONFRONTO TRA NUMERI

I SIMBOLI DI RELAZIONE

Se prendiamo due numeri naturali o decimali, possiamo sempre confrontarli. Come prima cosa possiamo dire se sono **uguali** o **diversi**:

$$44 = 44 \quad 48 \neq 87$$

Se poi i numeri sono diversi, possiamo riconoscere il **maggiore** e il **minore**:

$$48 < 87 \quad 87 > 48$$

➔ **definizione** I **simboli di relazione** indicano che stiamo confrontando due numeri. Si leggono così:

$$= \text{"è uguale a"} \quad \neq \text{"è diverso da"} \\ < \text{"è minore di"} \quad > \text{"è maggiore di"}$$

Le relazioni **uguale** e **diverso** rimangono vere anche se scambiamo che cosa è scritto prima o dopo l'uguale:

$$4 + 3 = 5 + 2 \quad \text{e anche} \quad 5 + 2 = 4 + 3 \\ 5 \neq 8 \quad \text{e anche} \quad 8 \neq 5$$

Attenzione! Non possiamo mai scambiare i due numeri quando li confrontiamo con i simboli di **maggiore** e **minore**:

$$4 > 2 \text{ ma non è vero che } 2 > 4 \quad 3 < 8 \text{ ma non è vero che } 8 < 3$$

Di un numero possiamo anche mostrare la relazione con altri due numeri. Per esempio, 5 è maggiore di 1 e minore di 8.

Possiamo scrivere queste due relazioni con una scrittura sola:

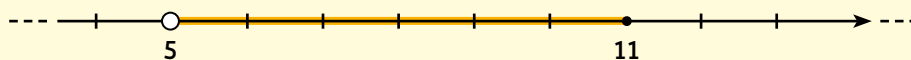
$$1 < 5 < 8 \quad \text{che si legge} \quad \text{"5 è compreso tra 1 e 8"}$$

ESEMPIO | Il numero 4,2 è compreso tra 4 e 5.

$$4 < 4,2 < 5$$

Spesso usiamo anche altri due simboli di relazione: **minore o uguale** (\leq) e **maggiore o uguale** (\geq). I numeri naturali minori o uguali a 3 sono quelli minori di 3 (0, 1 e 2) e anche 3 (che è uguale a 3). I numeri naturali maggiori o uguali a 3 sono quelli maggiori di 3 (4, 5, 6, ...) e anche 3 (che è uguale a 3).

ESEMPIO | Scriviamo tutti i numeri maggiori di 5 e minori o uguali a 11.
 $5 < n \leq 11$
 I numeri sono 6, 7, 8, 9, 10, 11.



Il punto vuoto indica che il numero 5 non è incluso, mentre il punto pieno indica che il numero 11 è incluso.

COME CONFRONTARE DUE NUMERI

Se la parte intera di un numero ha **più cifre** di quella di un altro, il primo è il maggiore.

ESEMPIO | $432 > 39$ $7 < 594$ $21,3 > 9,45$ $0,175 < 11,02$

Se le due parti intere hanno lo stesso numero di cifre, scriviamo i numeri uno sotto l'altro facendo attenzione ad **allineare** le cifre delle **unità**. Iniziamo da sinistra a confrontare cifra per cifra.

Se la prima cifra a sinistra è maggiore, il numero che la contiene è il maggiore.	325		
	144		
	Poiché $3 > 1$, allora $325 > 144$.		
Se invece le cifre sono uguali andiamo avanti con la cifra successiva. Se serve procediamo allo stesso modo dopo la virgola.	292	32,42	46,73
	273	32,51	46,728
	Poiché $2 = 2$ e $9 > 7$, allora $292 > 273$.	Poiché $3 = 3$, $2 = 2$ e $4 < 5$, allora $32,42 > 32,51$.	Poiché $4 = 4$, $6 = 6$, $7 = 7$ e $3 > 2$, allora $46,73 > 46,728$

Se tutte le prime cifre sono uguali ma uno dei due numeri ha cifre decimali in più, questo numero è il maggiore: $2,374 > 2,37$.

Infatti il primo numero ha la cifra dei millesimi (4) che manca nel secondo. È sempre possibile confrontare fra loro due numeri naturali o decimali.

➔ definizione I numeri naturali sono un insieme **ordinato**. Anche i numeri decimali sono un insieme **ordinato**, che contiene l'insieme dei numeri naturali.

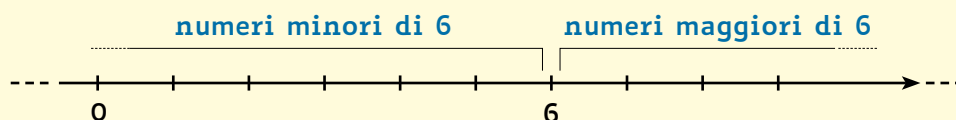
COME CONFRONTARE DUE NUMERI SULLA RETTA NUMERICA

Se prendiamo due numeri (diversi) sappiamo che uno dei due è maggiore dell'altro.

Se li disegniamo sulla retta numerica, quello maggiore è più a destra, quello minore più a sinistra.

Consideriamo il numero 6:

- tutti i numeri alla sua sinistra sono minori di 6;
- tutti i numeri alla sua destra sono maggiori di 6.



6. NUMERI NEGATIVI

I numeri visti finora si chiamano **positivi**, perché sono maggiori di zero. Oltre ai numeri positivi esistono anche i **numeri negativi**.

I numeri negativi si scrivono con il segno meno (-), i numeri positivi si scrivono con il segno più (+), che però si può anche non scrivere.

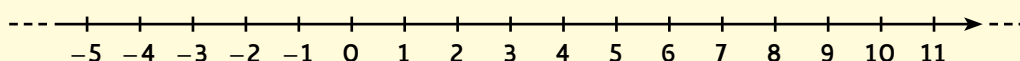
Lo zero non è né negativo né positivo e per questo non si scrive con il segno.

Per esempio, le temperature possono essere positive o negative: 12 °C oppure -4,3 °C.

Lo stesso succede con i crediti che sono positivi (+3000 €) e con i debiti che sono negativi (-2500 €).

L'aumento di un prezzo è espresso da un numero positivo: +10%, +25%; uno sconto da un numero negativo: -20%, -33%.

I numeri negativi si rappresentano sulla retta a sinistra di zero, perché sono **minori di zero**.



L'insieme dei **numeri interi** (relativi) si indica con la lettera **Z**. Sono tutti i numeri senza la virgola, positivi e negativi, compreso lo zero.

$$\mathbf{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

Nell'insieme **Z** tutti i numeri hanno sia un successivo sia un precedente.

- ESEMPIO**
- Il successivo di 4 è 5
 - Il precedente di 4 è 3
 - Il successivo di -4 è -3
 - Il precedente di -4 è -5

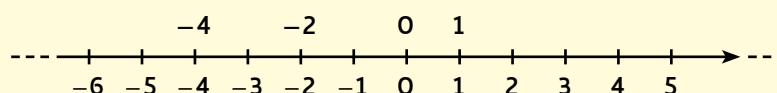
COME CONFRONTARE NUMERI POSITIVI E NUMERI NEGATIVI

Per confrontare due numeri interi facciamo ancora riferimento alla retta dei numeri. La freccia indica sempre che i numeri crescono verso destra. Quindi i numeri che si trovano più a sinistra sono minori di quelli più a destra.

Tutti i numeri negativi sono minori di 0.

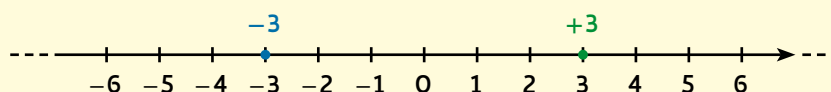
Ogni numero negativo è minore di ogni numero positivo.

ESEMPIO $-4 < -2$
 $-2 < 0$
 $-4 < 1$



GLI OPPOSTI

Tra i numeri interi ce ne sono alcuni con la stessa parte numerica e segno diverso, come -3 e $+3$.



definizione Due numeri si dicono **opposti** se sulla retta numerica sono da parti opposte, alla stessa distanza dallo zero.

ESEMPIO L'opposto di 15 è -15 .
L'opposto di -2000 è 2000.
L'opposto di 123 è -123 .