## Problem solving. Quadrati magici

Lavorare sui quadrati magici ti permette, se ce ne sono le condizioni, uno spunto di approfondimento molto proficuo, che qui ripercorriamo con te. Un quadrato magico perfetto di ordine $n$ contiene $n^2$ caselle. Usando i primi $n^2$ numeri naturali a partire da 1 si può calcolare la costante magica. Il totale dei numeri presenti nella tabella è

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n^2 = \frac{n^2(n^2+1)}{2}$$

(Abbiamo usato la formula del piccolo Gauss che si trova spiegata nell'*Esplora, ragiona e scopri* di pag. 81). Dato che le righe sono $n$ e in ognuna la somma deve essere la stessa, dividendo il totale della tabella per il numero di righe si ottiene la somma di una riga

$$\frac{n^2(n^2+1)}{2} \cdot \frac{1}{n} = \frac{n(n^2+1)}{2}$$

che è proprio la costante magica. Quindi per ogni ordine esiste una costante magica "obbligatoria" per quell'ordine.
Per $n = 1$ la costante è 1 e in effetti in una sola casella si pone il numero 1. Per $n = 2$ la costante sarebbe 5, ma non è possibile costruire il quadrato. La costante magica per i quadrati $3 \times 3$ è 15, mentre per i quadrati $4 \times 4$ è 34. E così via.

Naturalmente non esistono solo quadrati magici perfetti. Se per esempio ogni numero di un quadrato magico con costante magica $C_n$ viene moltiplicato per uno stesso fattore $k$, si ottiene un quadrato di costante $k \cdot C_n$. Se invece a ogni numero si aggiunge $k$ si ottiene un quadrato di costante $C_n + nk$.

Esistono 8 quadrati magici $3 \times 3$, tutti in realtà ottenibili come rotazioni o riflessioni di quello mostrato all'inizio.

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 8 |
| 7 | 5 | 3 |
| 2 | 9 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 9 | 4 |
| 7 | 5 | 3 |
| 6 | 1 | 8 |

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 9 |
| 6 | 7 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 8 |
| 9 | 5 | 1 |
| 2 | 7 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 7 | 2 |
| 1 | 5 | 9 |
| 8 | 3 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 |
| 9 | 5 | 1 |
| 4 | 3 | 8 |

L'argomento è una miniera di curiosità e fatti divertenti, ma anche di risultati matematici interessanti. Nel caso i ragazzi fossero interessati, vale la pena di fare con loro una ricerca in Internet.